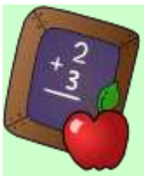
Η νέα ιστοσελίδα μας : www.to-frontistirio.gr

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς
(επαναλήψεις - συμπληρώσεις)



Λυμένες ασκήσεις εκτός βιβλίου

1. **Να υπολογίσετε τα γινόμενα**

α) $7^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4$ **β)** $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3$ **γ)** $(0{,}25)^7 \cdot 40^7$

Θα χρησιμοποιήσουμε τις γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων.

Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε τις γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων

α) $7^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4$. Υπάρχουν δύο δυνάμεις που έχουν διαφορετική βάση (7 και $\frac{1}{7}$) και ίδιο εκθέτη (4).

Άρα, $7^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4 = \left(7 \cdot \frac{1}{7}\right)^4 = \left(\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7}\right)^4 = \left(\frac{7}{7}\right)^4 = 1^4 = 1$

Αφού $\frac{7}{7} = 1$ και $1^4=1$

β) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3$.

Υπάρχουν τρεις δυνάμεις με διαφορετικές βάσεις ($\frac{1}{4}, \frac{4}{5}$ και $\frac{5}{2}$) και ίδιο εκθέτη (3).

$$\textit{Άρα}\ \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 2}\right)^3 =$$

$$\left(\frac{20}{40}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1^3}{2^3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8},$$

αφού ισχύει η ιδιότητα $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu}=\frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$ και $1^3=1$, $2^3=8$.

γ) $(0{,}25)^7\cdot 40^7$. Υπάρχουν δύο δυνάμεις με διαφορετικές βάσεις (0,25 και 40) και ίδιο εκθέτη (7). Άρα:

$(0{,}25)^7\cdot 40^7=(0{,}25\cdot 40)^7=(10)^7=10^7=10.000.000$

2. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις

α) $(2^2)^5$, β) $[(-3)^2]^3$, γ) $[(-10)^2]^3$

Θα χρησιμοποιήσουμε την ιδιότητα των δυνάμεων $(\alpha^{\mu})^{\nu}=\alpha^{\mu\cdot\nu}$

Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε τις ιδιότητες των δυνάμεων

α) $(2^2)^5$

Άρα, $(2^2)^5=2^{2\cdot5}=2^{10}=\underline{2\cdot2}\cdot\underline{2\cdot2}\cdot\underline{2\cdot2}\cdot\underline{2\cdot2}\cdot\underline{2\cdot2}=$

$\underline{4\cdot4}\cdot\underline{4\cdot4}\cdot 4=\underline{16\cdot16}\cdot4=256\cdot4=1024$

β) $[(-3)^2]^3$. Εδώ υπάρχει η δύναμη $(-3)^2$ υψωμένη στο 3.

Άρα : $[(-3)^2]^3=(-3)^{2\cdot3}=(-3)^6=$

$\underline{(-3)\,(-3)}\ \ \underline{(-3)\,(-3)}\ \ \underline{(-3)\,(-3)}=9\cdot9\cdot9=729$

ο εκθέτης είναι το 6 (άρτιος) άρα η δύναμη είναι θετική γ) $[(-10)^2]^3$. Εδώ υπάρχει η δύναμη $(-10)^2$ υψωμένη στο 3.

Άρα : $[(-10)^2]^3=(-10)^{2\cdot 3}= (-10)^6=+10^6=1.000.000$

3. **Να υπολογιστεί η παράσταση** $A=(-3)^2+4\cdot\left[5^2-(2-3)^2\right]$

Λύση

$A=(-3)^2+4\cdot\left[5^2-(-1)^2\right]$ → *Κάνουμε τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις*

$A=(-3)^2+4\cdot\left(5^2-1\right)$

→ *Υπολογίζουμε τις δυνάμεις*

$A=(-3)^2+4\cdot(25-1)$

$A=9+4\cdot 24$ → *Κάνουμε τον πολλαπλασιασμό*

$A=9+96$ → *Κάνουμε την πρόσθεση*

$A=105$

1. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις:

α) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{-3}$

β) $3^{-2}:3^{-3}$

2. Να υπολογισθεί η παράσταση:

$A=(-2)^3-5^2+\left[\left(3^2-4\right):5-11\right]$

3. Να υπολογιστεί η παράσταση:

$A=(-9)^2+4^3-(-2)^3-\left[\left(2^3-4\right):2-6\right]$

4. Να γραφούν οι παραστάσεις με μορφή δύναμης ενός αριθμού:

α) $\left(2^{20}\cdot 2^7\cdot 2\right):2^{25}$

β) $(-3)^{15}:\left[(-3)^4\cdot(-3)^9\cdot(-3)\right]$

5. Να υπολογιστεί η παράσταση

$$A=\frac{-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2-(-1)^4}:\frac{\left(1\frac{1}{2}+\frac{+1}{4}\right)^3}{\left(1-\frac{2}{3}\right)^3}$$

Απαντήσεις στις άλυτες ασκήσεις

1. α) $\frac{1}{64}$

β) 3

2. $A = -43$

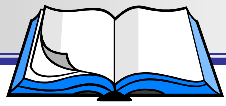
3. $A = 836$

4. α) 2^3

β) -3

5. $A = \frac{1}{162}$

Τα σημαντικότερα σημεία της παραγράφου



- Δύναμη α^ν, με βάση τον αριθμό α και εκθέτη τον φυσικό $\nu>0$, είναι το γινόμενο από ν παράγοντες ίσους με α.

  Δηλαδή: $\alpha^\nu = \alpha\cdot\alpha\cdots\cdots\cdot\alpha$ (στο δεξιό μέλος υπάρχουν ν παράγοντες)

  - Όταν $\nu = 0$, και $\alpha \neq 0$, τότε $\alpha^0 = 1$
  - Όταν $\nu = 1$, τότε $\alpha^1 = \alpha$
  - Όταν $\nu = 2$, τότε $\alpha^2 = \alpha\cdot\alpha$ (α στο τετράγωνο)
  - Όταν $\nu = 3$, τότε $\alpha^3 = \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha$ (α στο κύβο)
  - Είναι $0^\nu = 0$ και $1^\nu = 1$

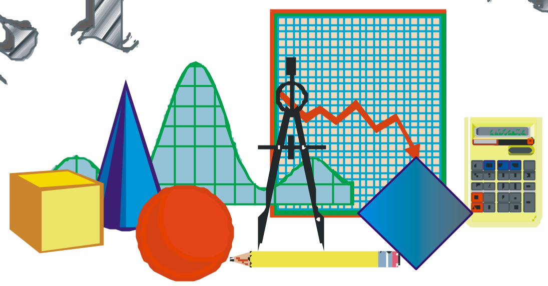
- Έστω α ρητός αριθμός. Για το πρόσημο των δυνάμεων του α ισχύουν.

  - Αν $\alpha>0$, τότε για κάθε ν είναι $\alpha^\nu>0$
  - Αν $\alpha<0$, τότε $\begin{cases} \boldsymbol{\alpha^\nu>0}, & \text{όταν ο ν είναι άρτιος} \\ \boldsymbol{\alpha^\nu<0}, & \text{όταν ο ν είναι περιττός} \end{cases}$

- **Ιδιότητες των δυνάμεων**

  - $\alpha^\mu\cdot\alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$
  - $\dfrac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$ ή $\alpha^\mu : \alpha^\nu = \alpha^{\mu-\nu}$ (με $\mu>\nu$)
  - $(\alpha\cdot\beta)^\nu = \alpha^\nu\cdot\beta^\nu = \beta^\nu\cdot\alpha^\nu$
  - $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^\nu = \dfrac{\alpha^\nu}{\beta^\nu}$
  - $(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu\cdot\nu}$

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

«Αλγεβρικές παραστάσεις»

1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό περιλαμβάνει το 6ο τμήμα της παραγράφου 1.1