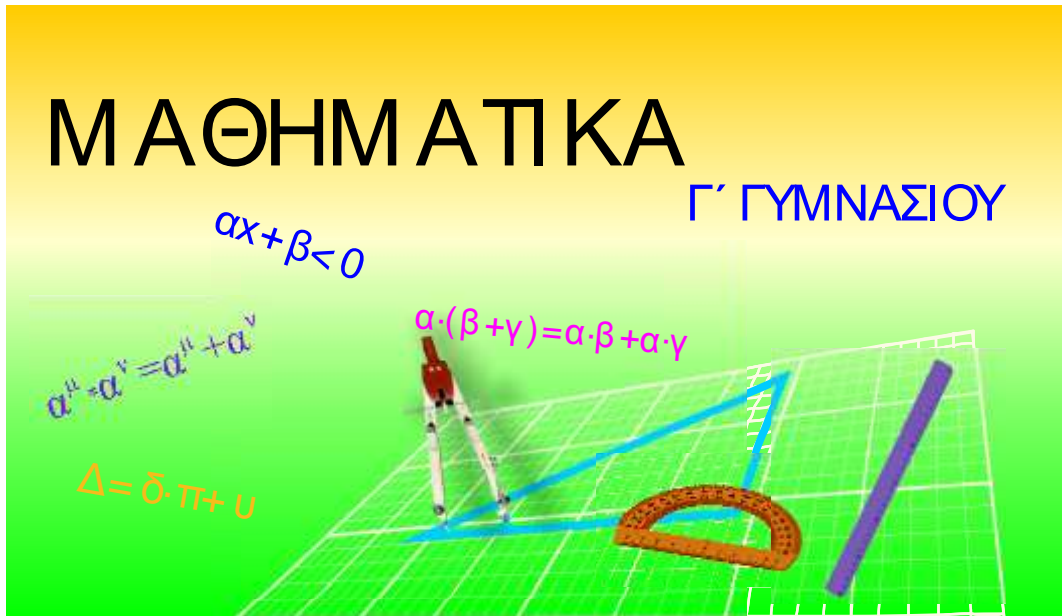


Το εκπαιδευτικό υλικό της Φροντιστηριακής Εκπαίδευσης Τσιάρα διανέμεται δωρεάν αποκλειστικά από τον ψηφιακό τόπο του schooltime.gr

Η νέα ιστοσελίδα μας : www.to-frontistirio.gr

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1.1

Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς

(επαναλήψεις - συμπληρώσεις)



Λυμένες ασκήσεις
εκτός βιβλίου

1. Να υπολογίσετε τα γινόμενα

$$\alpha) 7^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4 \quad \beta) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 \quad \gamma) (0,25)^7 \cdot 40^7$$



Θα χρησιμοποιήσουμε τις γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων.

Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε τις γνωστές ιδιότητες των δυνάμεων

α) $7^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4$. Υπάρχουν δύο δυνάμεις που έχουν διαφορετική βάση (7 και $\frac{1}{7}$) και ίδιο εκθέτη (4).

$$\text{Άρα, } 7^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4 = \left(7 \cdot \frac{1}{7}\right)^4 = \left(\frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7}\right)^4 = \left(\frac{7}{7}\right)^4 = 1^4 = 1$$

$$\text{Αφού } \frac{7}{7} = 1 \text{ και } 1^4 = 1$$

$$\beta) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

Υπάρχουν τρεις δυνάμεις με διαφορετικές βάσεις ($\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$ και $\frac{5}{2}$) και ίδιο εκθέτη (3).

$$\text{Άρα } \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 2}\right)^3 =$$

$$\left(\frac{20}{40}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8},$$

αφού ισχύει η ιδιότητα $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$ και $1^3=1$, $2^3=8$.

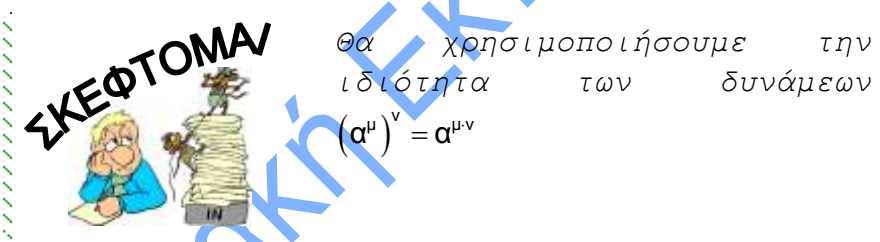
γ) $(0,25)^7 \cdot 40^7$. Υπάρχουν δύο δυνάμεις με διαφορετικές βάσεις (0,25 και 40) και ίδιο εκθέτη (7). Άρα:

$$(0,25)^7 \cdot 40^7 = (0,25 \cdot 40)^7 = (10)^7 = 10^7 = 10.000.000$$



2. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις

α) $(2^2)^5$, β) $[(-3)^2]^3$, γ) $[(-10)^2]^3$



Λύση

Θα χρησιμοποιήσουμε τις ιδιότητες των δυνάμεων

α) $(2^2)^5$

Άρα, $(2^2)^5 = 2^{2 \cdot 5} = 2^{10} = \underline{2 \cdot 2} \cdot \underline{2 \cdot 2} \cdot \underline{2 \cdot 2} \cdot \underline{2 \cdot 2} \cdot \underline{2 \cdot 2} =$

$\underline{4 \cdot 4} \cdot \underline{4 \cdot 4} \cdot 4 = \underline{16 \cdot 16} \cdot 4 = 256 \cdot 4 = 1024$

β) $[(-3)^2]^3$. Εδώ υπάρχει η δύναμη $(-3)^2$ υψωμένη στο 3.

Άρα : $[(-3)^2]^3 = (-3)^{2 \cdot 3} = (-3)^6 =$

$\underline{(-3) \cdot (-3)} \cdot \underline{(-3) \cdot (-3)} \cdot \underline{(-3) \cdot (-3)} = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

ο εκθέτης είναι το 6 (άρτιος) άρα η δύναμη είναι θετική

- γ) $[(-10)^2]^3$. Εδώ υπάρχει η δύναμη $(-10)^2$ υψωμένη στο 3.
Άρα : $[(-10)^2]^3 = (-10)^{2 \cdot 3} = (-10)^6 = +10^6 = 1.000.000$



3. Να υπολογιστεί η παράσταση $A = (-3)^2 + 4 \cdot [5^2 - (2-3)^2]$

Λύση

$$A = (-3)^2 + 4 \cdot [5^2 - (-1)^2] \rightarrow \text{Κάνουμε τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις}$$

$$A = (-3)^2 + 4 \cdot (5^2 - 1)$$

$$A = (-3)^2 + 4 \cdot (25 - 1) \rightarrow \text{Υπολογίζουμε τις δυνάμεις}$$

$$A = 9 + 4 \cdot 24 \rightarrow \text{Κάνουμε τον πολλαπλασιασμό}$$

$$A = 9 + 96 \rightarrow \text{Κάνουμε την πρόσθεση}$$

$$A = 105$$



1. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις:

α) $\left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} \right]^{-3}$

β) $3^{-2} : 3^{-3}$

2. Να υπολογισθεί η παράσταση:

$$A = (-2)^3 - 5^2 + [(3^2 - 4) : 5 - 11]$$

3. Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$A = (-9)^2 + 4^3 - (-2)^3 - [(2^3 - 4) : 2 - 6]$$

4. Να γραφούν οι παραστάσεις με μορφή δύναμης ενός αριθμού:

α) $(2^{20} \cdot 2^7 \cdot 2) : 2^{25}$

β) $(-3)^{15} : [(-3)^4 \cdot (-3)^9 \cdot (-3)]$

5. Να υπολογιστεί η παράσταση

$$A = \frac{-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}\right)^2 - (-1)^4} : \frac{\left(1\frac{1}{2} + \frac{+1}{4}\right)^3}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)^3}$$



Απαντήσεις στις
άλυτες ασκήσεις

1. α) $\frac{1}{64}$

β) 3

2. Α = -43

3. Α = 836

4. α) 2^3
β) -3

5. Α = $\frac{1}{162}$

Τα σημαντικότερα σημεία της παραγράφου



- Δύναμη a^v , με βάση τον αριθμό a και εκθέτη τον φυσικό $v > 0$, είναι το γινόμενο από v παράγοντες ίσους με a .

Δηλαδή: $a^v = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ (στο δεξιό μέλος υπάρχουν v παράγοντες)

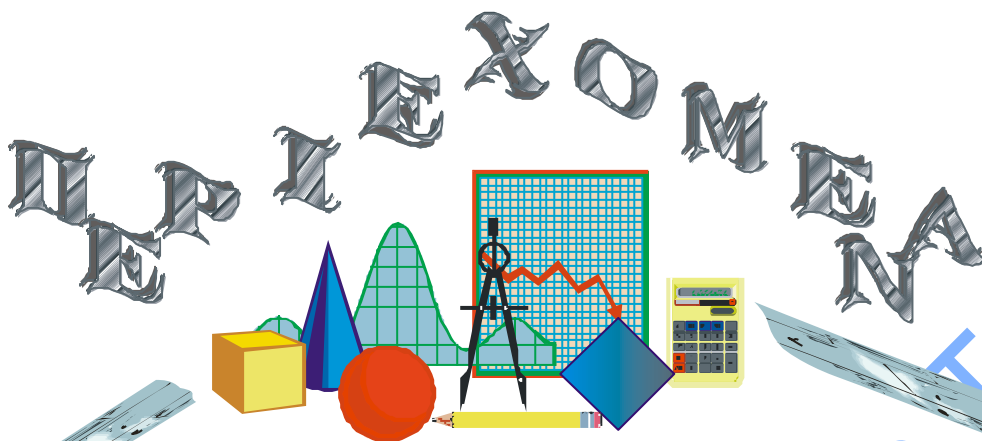
- Όταν $v = 0$, και $a \neq 0$, τότε $a^0 = 1$
- Όταν $v = 1$, τότε $a^1 = a$
- Όταν $v = 2$, τότε $a^2 = a \cdot a$ (a στο τετράγωνο)
- Όταν $v = 3$, τότε $a^3 = a \cdot a \cdot a$ (a στο κύβο)
- Είναι $0^v = 0$ και $1^v = 1$

- Έστω a ρητός αριθμός. Για το πρόσημο των δυνάμεων του a ισχύουν.

- Αν $a > 0$, τότε για κάθε v είναι $a^v > 0$
- Αν $a < 0$, τότε $\begin{cases} a^v > 0, & \text{όταν } v \text{ είναι άρτιος} \\ a^v < 0, & \text{όταν } v \text{ είναι περιττός} \end{cases}$

- **Ιδιότητες των δυνάμεων**

- $a^m \cdot a^v = a^{m+v}$
- $\frac{a^m}{a^v} = a^{m-v}$ ή $a^m : a^v = a^{m-v}$ (με $m > v$)
- $(a \cdot b)^v = a^v \cdot b^v = b^v \cdot a^v$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^v = \frac{a^v}{b^v}$
- $(a^m)^v = a^{m \cdot v}$



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

«Αλγεβρικές παραστάσεις»

1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς

A. Οι πράξεις και αριθμοί και οι πράξεις τους	4
Γνωστικές επιδόσεις	10
Μεθοδολογία για τη λύση των ασκήσεων	11
Εφαρμογές – παραδείγματα του βιβλίου	13
Ευωηθικές και κοινωνικές	16
Ασκήσεις και προβλήματα του βιβλίου	23
Λυμένες ασκήσεις εκτός βιβλίου	40
Άλυτες ασκήσεις εκτός βιβλίου	42
A. απαντήσεις στις άλυτες ασκήσεις εκτός βιβλίου	43
B. Δυνάμεις πραγματικών αριθμών	44
Μεθοδολογία για τη λύση των ασκήσεων	49
Γνωστικές επιδόσεις – παραδείγματα του βιβλίου	50
Γνωστικές και κοινωνικές	51
Ασκήσεις και προβλήματα του βιβλίου	63
Λυμένες ασκήσεις εκτός βιβλίου	76
Άλυτες ασκήσεις εκτός βιβλίου	78
A. απαντήσεις στις άλυτες ασκήσεις εκτός βιβλίου	79
Γ. Τα σημαντικότερα σημεία της παραγράφου	80

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό περιλαμβάνει το 6^ο τμήμα της παραγράφου 1.1.

- Λυμένες ασκήσεις εκτός βιβλίου – σελ. 1
- Άλυτες ασκήσεις εκτός βιβλίου – σελ. 5
- Απαντήσεις στις άλυτες ασκήσεις – σελ. 6
- Τα σημαντικότερα σημεία της παραγράφου – σελ. 7