Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

Πολλαπλασιασμός Αριθμού με Διάνυσμα

Επιμέλεια Κων/νος Παπασταματίου

Ορισμός Πολλαπλασιασμού Αριθμού με Διάνυσμα

- Έστω λ ένας πραγματικός αριθμός με $\lambda \neq 0$ και $\vec{\alpha}$ ένα μη μηδενικό διάνυσμα. Ονομάζουμε γινόμενο του λ με το $\vec{\alpha}$ και το συμβολίζουμε με $\lambda \cdot \vec{\alpha}$ ή $\lambda\vec{\alpha}$ ένα διάνυσμα το οποίο:

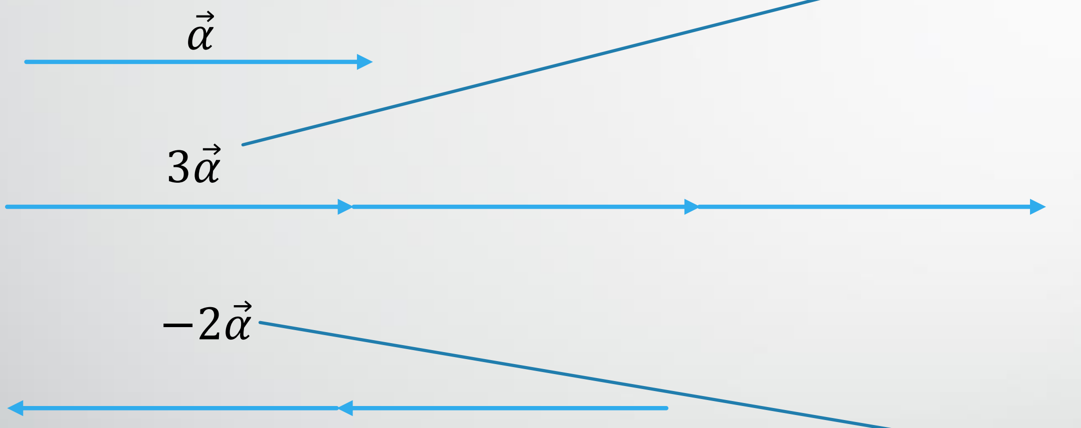
Απόλυτη Τιμή

- είναι ομόρροπο του $\vec{\alpha}$, αν $\lambda > 0$ και αντίρροπο του $\vec{\alpha}$, αν $\lambda < 0$ και
- έχει μέτρο $|\lambda| \cdot |\vec{\alpha}|$.

Μέτρο Διανύσματος

Αν είναι $\lambda = 0$ ή $\vec{\alpha} = \vec{0}$, τότε ορίζουμε ως $\lambda \cdot \vec{\alpha}$ το μηδενικό διάνυσμα $\vec{0}$.

Παράσταση Πολλαπλασιασμού Αριθμού με Διάνυσμα



Το μέτρο(ή το μήκος) $3\vec{\alpha}$ είναι ίσο με τρείς φορές το μήκος του $\vec{\alpha}$
δλδ. $|3\vec{\alpha}| = 3|\vec{\alpha}|$
Παρατηρούμε ακόμη ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $3\vec{\alpha}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση (ομόρροπα)

Το μέτρο(ή το μήκος) $-2\vec{\alpha}$ είναι ίσο με δύο φορές το μήκος του $\vec{\alpha}$
δλδ. $|-2\vec{\alpha}| = 2|\vec{\alpha}|$
Παρατηρούμε ακόμη ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $3\vec{\alpha}$ έχουν αντίθετη κατεύθυνση (αντίρροπα)

Ιδιότητες Πολλαπλασιασμού Αριθμού με Διάνυσμα

$$\lambda(\vec{\alpha}+\vec{\beta})=\lambda\vec{\alpha}+\lambda\vec{\beta}$$

$$(\lambda+\mu)\vec{\alpha}=\lambda\vec{\alpha}+\mu\vec{\alpha}$$

$$\lambda(\mu\vec{\alpha})=(\lambda\mu)\vec{\alpha}$$

Συνέπειες του Ορισμού του Γινομένου Αριθμού με Διάνυσμα

- $\lambda\vec{\alpha} = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$ ή $\vec{\alpha} = \vec{0}$
- $(-\lambda)\vec{\alpha} = \lambda(-\vec{\alpha}) = -(\lambda\vec{\alpha})$
- $\lambda\left(\vec{\alpha} - \vec{\beta}\right) = \lambda\vec{\alpha} - \lambda\vec{\beta}$
- $(\lambda - \mu)\vec{\alpha} = \lambda\vec{\alpha} - \mu\vec{\alpha}$
- Αν $\lambda\vec{\alpha} = \lambda\vec{\beta}$ και $\lambda \neq 0$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$
- Αν $\lambda\vec{\alpha} = \mu\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$, τότε $\lambda = \mu$

Γραμμικός Συνδυασμός Διανυσμάτων

- **Γραμμικός συνδυασμός** δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ κάθε διάνυσμα της μορφής $\vec{v} = \kappa\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$**,** όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.

Συνθήκη Παραλληλίας Διανυσμάτων

- Αν $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \kappa\vec{\beta}$ με $\kappa > 0$
- Αν $\vec{\alpha} \uparrow\downarrow \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = -\kappa\vec{\beta}$ με $\kappa > 0$
- Αν $\vec{\alpha} = \vec{0}$, τότε $\vec{\alpha} = 0 \cdot \vec{\beta}$

- **Θεώρημα**

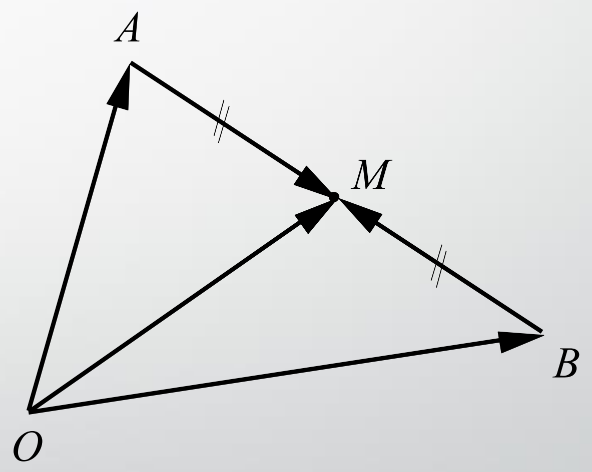
Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο διανύσματα, με $\vec{\beta} \neq \vec{0}$, τότε

$$\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda\vec{\beta}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Διανυσματική Ακτίνα Μέσου Τμήματος

- Αν Μ είναι το μέσο του ΑΒ και Ο ένα σημείο αναφοράς τότε θα ισχύει ότι

$$\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$$



Στην θέση το Ο στην παραπάνω σχέση μπορούμε να έχουμε οποιοδήποτε τυχαίο σημείο του επιπέδου.

Διανυσματική Ακτίνα Μέσου Τμήματος

Άκρα του ευθύγραμμου τμήματος

$$\overrightarrow{\Gamma M} = \frac{\overrightarrow{\Gamma A} + \overrightarrow{\Gamma B}}{2}$$

Τυχαίο σημείο του επιπέδου (σημείο αναφοράς)

Μέσο του ευθύγραμμου τμήματος

Προσπαθήστε τώρα να γράψετε την ίδια σχέση με Κ μέσο του ΒΓ και σημείο αναφοράς το Δ