

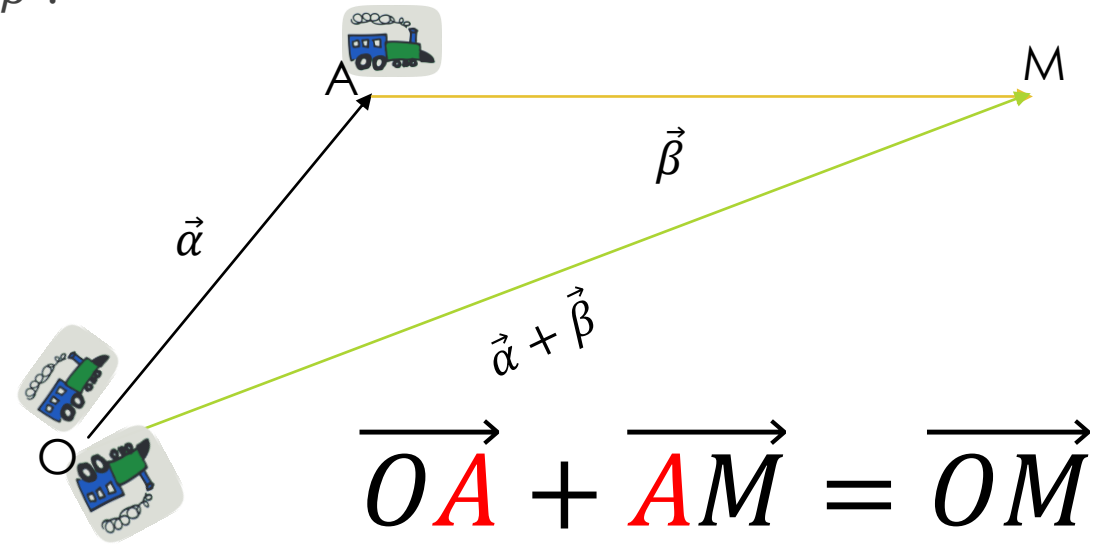
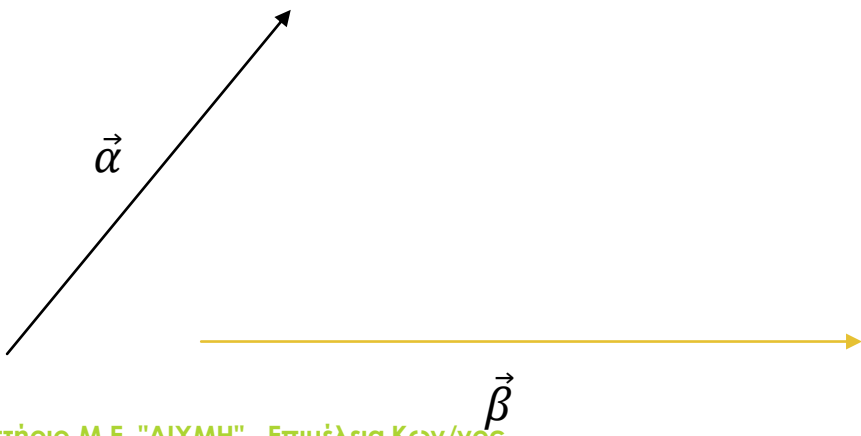
Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

Φροντιστήριο Μ.Ε. "ΑΙΧΜΗ"
Παπασταθαίου
Επιμέλεια Κων/νος

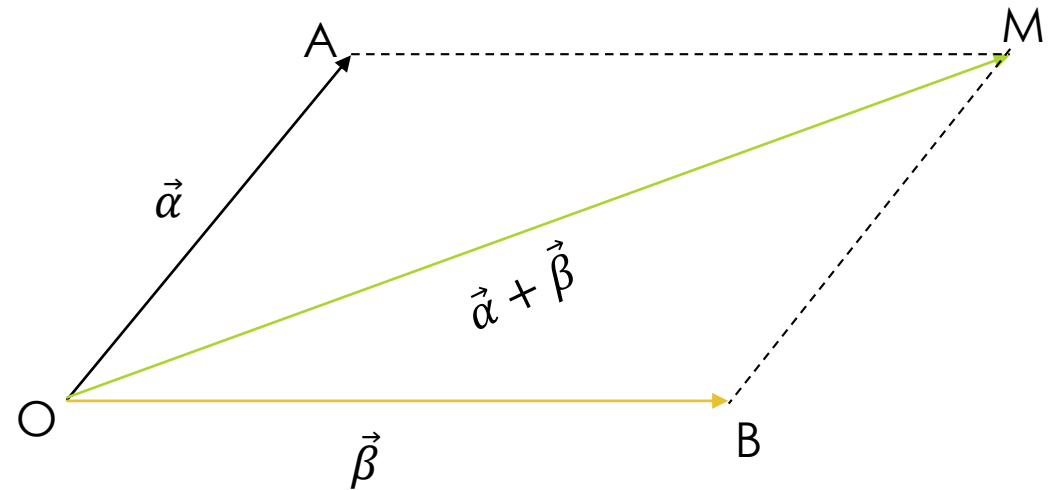
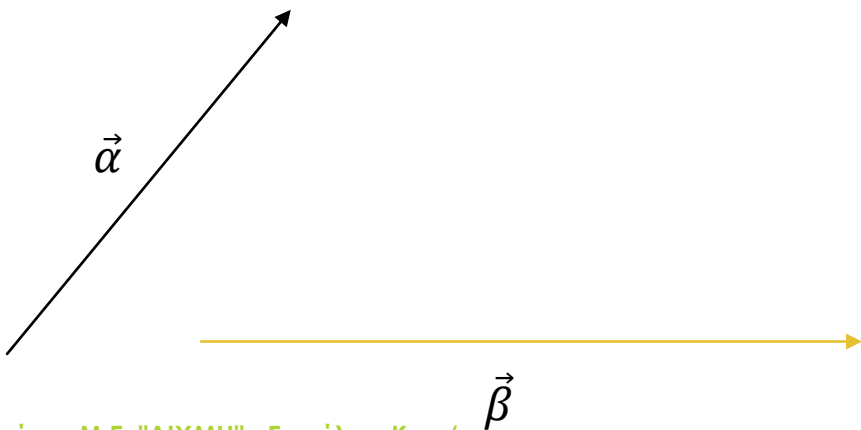
Πρόσθεση Διανυσμάτων

- ▶ Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Με αρχή ένα σημείο O παίρνουμε διάνυσμα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και στη συνέχεια με αρχή το A παίρνουμε διάνυσμα $\overrightarrow{AM} = \vec{\beta}$. Το διάνυσμα \overrightarrow{OM} λέγεται **άθροισμα** ή **συνισταμένη** των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ και συμβολίζεται με $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.



Πρόσθεση Διανυσμάτων – Κανόνας Παραλληλογράμμου

- ▶ Αν με αρχή ένα σημείο O πάρουμε τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$, τότε το άθροισμα $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ ορίζεται από τη διαγώνιο \overrightarrow{OM} του παραλληλόγραμμου



Ιδιότητες Πρόσθεσης Διανυσμάτων

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{\beta} + \vec{\alpha} \quad (\text{Αντιμεταθετική ιδιότητα})$$

$$(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) + \vec{\gamma} = \vec{\alpha} + (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) \quad (\text{Προσεταιριστική ιδιότητα})$$

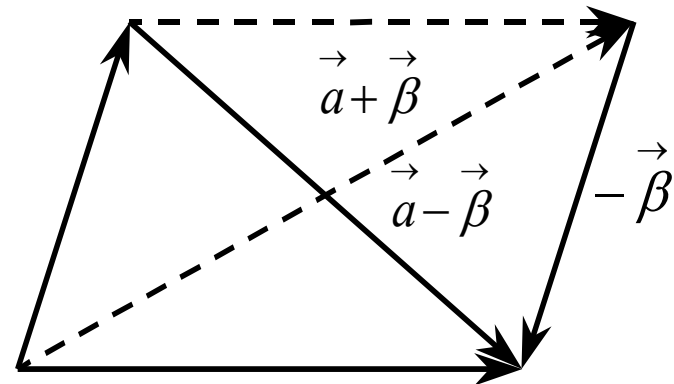
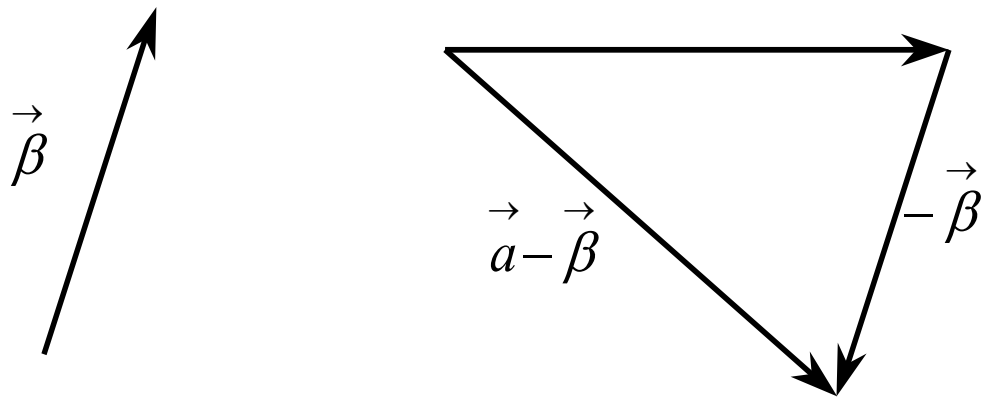
$$\vec{\alpha} + \vec{0} = \vec{\alpha} \quad (\text{Ουδέτερο στοιχείο})$$

$$\vec{\alpha} + (-\vec{\alpha}) = \vec{0} \quad (\text{Αντίθετος})$$

Αφαίρεση Διανυσμάτων

- ▶ Η διαφορά $\vec{a} - \vec{\beta}$ του διανύσματος $\vec{\beta}$ από το διάνυσμα \vec{a} ορίζεται ως άθροισμα των διανυσμάτων \vec{a} και $-\vec{\beta}$. Δηλαδή

$$\vec{a} \quad \vec{a} - \vec{\beta} = \vec{a} + (-\vec{\beta})$$

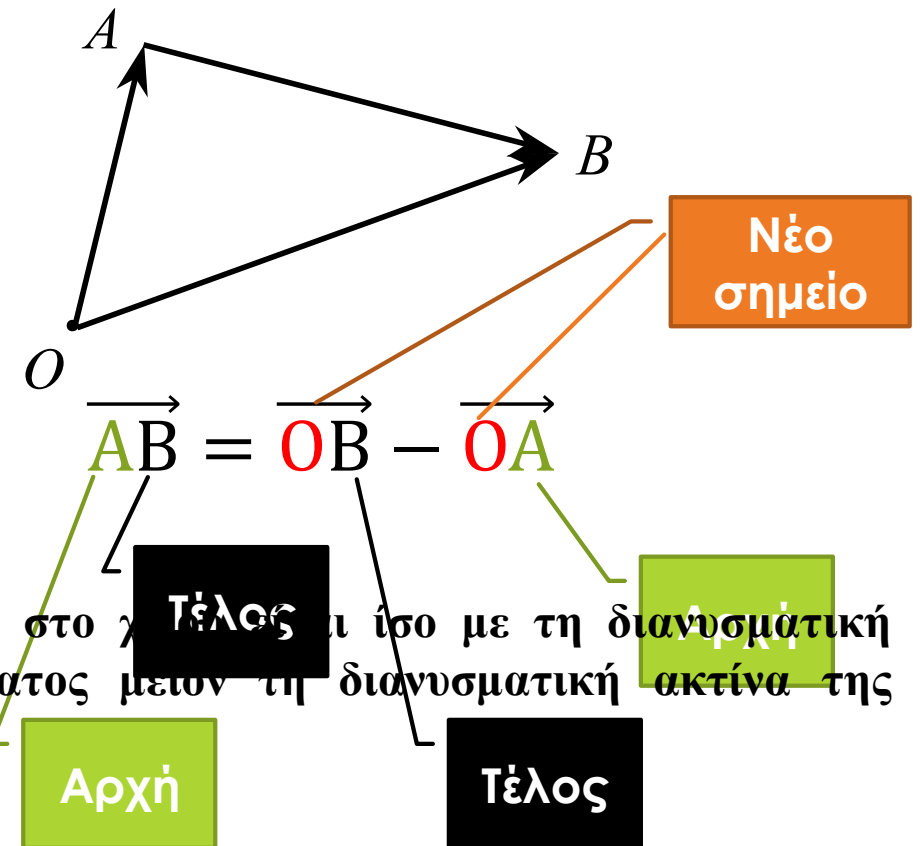


Διάνυσμα Θέσεως

- ▶ Έστω O ένα σταθερό σημείο του χώρου. Τότε για κάθε σημείο M του χώρου ορίζεται το διάνυσμα \overrightarrow{OM} , το οποίο λέγεται **διάνυσμα θέσεως του M** ή **διανυσματική ακτίνα του M** . Το σημείο O , που είναι η κοινή αρχή όλων των διανυσματικών ακτινών των σημείων του χώρου, λέγεται **σημείο αναφοράς** στο χώρο.
- ▶ Αν O είναι ένα σημείο αναφοράς, τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα \overrightarrow{AB} έχουμε

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

“Κάθε διάνυσμα στο χώρο είναι ίσο με τη διανυσματική ακτίνα του πέρατος μείον τη διανυσματική ακτίνα της αρχής”.



Τριγωνική Ανισότητα

$$\left| |\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}| \right| \leq |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}| \quad \left| |\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}| \right| \leq |\vec{\alpha} - \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$$

Το δεξιό μέλος της ανίσωσης μπορεί να επεκταθεί και για n προσθετούς

$$\left| \vec{\alpha}_1 + \vec{\alpha}_2 + \dots + \vec{\alpha}_n \right| \leq \left| \vec{\alpha}_1 \right| + \left| \vec{\alpha}_2 \right| + \dots + \left| \vec{\alpha}_n \right|$$

Σημαντικά εξαγόμενα

Αν $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$

Αν $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \left| |\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}| \right|$ τότε $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$