ΑΚΑΔΗΜΙΑ ΜΑΘΗΤΩΝ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Διεύθυνση: Χρήστος Α. Χαρακόπουλος

Μ. Αλεξάνδρου 49, 3ος όροφος, Δράμα, τηλ.: 25210 21972, κιν.: 6973585563
www.akademia.gr / e-mail: info@akademia.gr

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΙΟΥ 2015

Ενδεικτικές απαντήσεις

Θέμα Α

Α1. α
Α2. β
Α3. α
Α4. δ
Α5. α – Λ
β – Σ
γ – Σ
δ – Λ
ε – Σ

Θέμα Β

Β1. Σωστή απάντηση η (iii)
Υπολογισμός ροπής αδράνειας συστήματος: $I_{ολ} = I_{ράβδου} + I_{σφαίρας} = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{M}{2}L^2 = \frac{5}{6}ML^2$

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου από τον άξονα περιστροφής της οπότε δεν χρειάζεται εφαρμογή Steiner.

Εφαρμόζοντας ΘΝΣΚ για το σύστημα ως προς τον άξονα περιστροφής προκύπτει:
$Στ = I_{ολ}\, α_{γων} ⇨ τ_{Bράβδου} + τ_{Bσφαίρας} = \frac{5}{6}ML^2 α_{γων} ⇨ α_{γων} = \frac{Mg\left(\frac{L}{2}\right)+\frac{M}{2}gL}{\frac{5}{6}\text{ML2}} = \frac{6g}{5L}$

Η $α_{γων}$ που έχει υπολογιστεί είναι κοινή και για τα 2 σώματα που απαρτίζουν το σύστημα, οπότε εφαρμόζοντας ΘΝΣΚ για τη ράβδο προκύπτει:
$Στ_{ράβδου} = \frac{dL_{ράβδου}}{dt} ⇨ I_{ράβδου}\, α_{γων} = \frac{dL_{ράβδου}}{dt} ⇨ \frac{dL_{ράβδου}}{dt} = \frac{1}{3}ML^2 \frac{6g}{5L} = \frac{2}{5}MgL$

Β2. Σωστή απάντηση η (iii)

Η θέση του σημείου βρίσκεται ως εξής: $X_M = X_{3\delta} + \lambda/12 = (2*N+1)\lambda/4 \pm \lambda/12$, για N=2 (τρίτος δεσμός κατά σειρά 0,1,2). Ο υποψήφιος πρέπει να δείξει προσοχή στο $\pm \lambda/12$ καθώς στην εκφώνηση δεν γίνεται ξεκάθαρη αναφορά για το αν προηγείται ή έπεται το σημείο του τρίτου δεσμού.

Οπότε $X_M = 5\lambda/4 \pm \lambda/12$.

Για το πλάτος της ταλάντωσης θα ισχύει:
$A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{X_M}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{X_M}{\lambda}\right| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{5\lambda/4 \pm \lambda/12.}{\lambda}\right|$ = αριθμητικές πράξεις= A

Β3. Σωστή απάντηση η (i)

Η επαφή του συστήματος των δύο σωμάτων θα χαθεί μόνο στην περίπτωση κατά την οποία το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι μεγαλύτερο από την απόσταση της Θ.Ι. του συστήματος από τη ΘΦΜ, καθώς τότε θα επενεργεί στο Σ_1 πέραν του βάρους του και η ομόρροπη με το βάρος δύναμη του ελατηρίου.

Υπολογισμός Θ.Ι.: Στη Θ.Ι. ισχύει $\Sigma F = 0 \Rightarrow$

$$B_{o\lambda\chi} - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow$$
$$(m_1+m_2)g\eta\mu\theta - k\,x_1 = 0 \Rightarrow$$
$$x_1 = \frac{(m1+m2)g\eta\mu\theta}{k}$$

Βάσει των παραπάνω, για να μη χαθεί η επαφή θα πρέπει: $A < x_1 \Rightarrow$

$$A < \frac{(m1+m2)g\eta\mu\theta}{k} \Rightarrow$$
$$kA < (m_1+m_2)g\eta\mu\theta$$

Θέμα Γ

Βάσει της σχέσης που δίνεται προκύπτει ότι:

- Για $i = 0 \Rightarrow U_{Emax} = 8\ 10^{-2}$ J.

Η τάση V = 40 V που είναι φορτισμένος ο πυκνωτής είναι και η μέγιστη τάση του. Άρα προκύπτει $U_{Emax} = \frac{1}{2}cV^2 \Rightarrow 8\ 10^{-2} = \frac{1}{2}c40^2 \Rightarrow c = 10^{-4}$ F.

- Για $U_E = 0 \Rightarrow i = I = 1A$
- Βάσει ΘΔΕΤ (ή ΑΔΕΤ): $U_{Emax} = U_{Bmax} = \frac{1}{2}LI^2 = 8\ 10^{-2}$ J $\Rightarrow \frac{1}{2}L1^2 = 8\ 10^{-2}$
  $\Rightarrow L = 16\ 10^{-2}$ H.

Γ1. Είναι $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{16\ 10^{-2}10^{-4}} = 8\pi\ 10^{-3}$ sec.

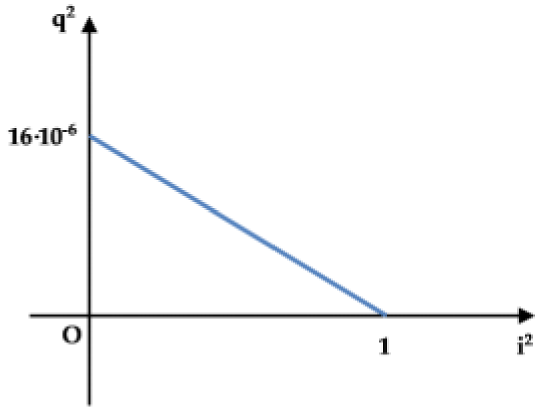
Γ2. Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι η εξής: $i = -I\eta\mu\omega t$ (δεν υπάρχει αρχική φάση καθώς τη χρονική στιγμή t=0 ο πυκνωτής είναι πλήρως φορτισμένος.
Οπότε η ένταση του ρεύματος την χρονική στιγμή t = T/12 υπολογίζεται ως εξής:
$i = -I\eta\mu\omega T/12 = -1\eta\mu\frac{2\pi T}{T12} = -1\eta\mu\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ A
Οπότε $U_E = 8\ 10^{-2}\,[1 - (-\frac{1}{2})^2] = 6\ 10^{-2}$ J

Γ3. Είναι $V_L = V_c = \left|-L\frac{di}{dt}\right|$ ⇨ $\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{V_C}{L}$ ⇨ $\left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{q}{Lc}$ (1).
Αρκεί να υπολογιστεί το q.
Εφαρμόζοντας ΘΔΕΤ (ή ΑΔΕΤ) είναι: $E = U_E + U_B$ ⇨ $E = U_E + U_E/3$ ⇨ $E = 4U_E/3$ ⇨ αριθμητικές πράξεις ⇨ $q = \pm 2\sqrt{3}\ 10^{-3}$ C
Επομένως, (1) ⇨ $\left|\frac{di}{dt}\right| = 125\sqrt{3}$ A/s.

Γ4. Βάσει του ΘΔΕΤ (ή ΑΔΕΤ) προκύπτει ότι $E = U_E + U_B$ ⇨ $E = \frac{1}{2c}q^2 + \frac{1}{2}Li^2$

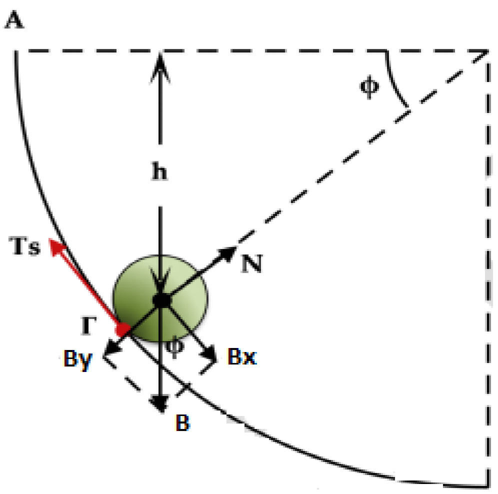
⇨ $8\ 10^{-2} = \frac{1}{2c}q^2 + \frac{1}{2}Li^2$
⇨ $8\ 10^{-2} = \frac{1}{2 10^{-4}}q^2 + \frac{1}{2}16\ 10^{-2}i^2$
⇨ αριθμητικές πράξεις
⇨ $q^2 = 16\ 10^{-6} - 16\ 10^{-6}\ i^2$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης είναι φθίνουσα γραμμική.



Θέμα Δ

Πρώτο μέλημα του υποψηφίου είναι η σωστή αναπαράσταση των δυνάμεων στο σχήμα και κατόπιν η ανάλυση των συνιστώσεων του βάρους σε: Bx = Βσυνφ=mgσυνφ και By = Βημφ = mgημφ.



Δ1. Για τη μεταφορική κίνηση της σφαίρας εφαρμόζουμε 2ο νόμο Νεύτωνα:

$\Sigma F_x = m a_{cm} \Rightarrow B_x - T_s = m a_{cm} \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_s = m a_{cm}$ (1)

Για την περιστροφική κίνηση της σφαίρας εφαρμόζουμε ΘΝΣΚ:

$\Sigma\tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow T_{Ts} = \frac{2}{5}mr^2\, a_{cm}/r \Rightarrow T_s\, r = \frac{2}{5}mr a_{cm} \Rightarrow T_s = \frac{2}{5}m a_{cm}$ (2)

Ο υποψήφιος πρέπει να επικαλεστεί ότι αφού η κίνηση της σφαίρας είναι χωρίς ολίσθηση ισχύει $a_{cm} = a_\gamma\, r$.

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει $a_{cm} = 5g\sigma\upsilon\nu\varphi/7$
οπότε από (2) παίρνουμε: $T_s = 2mg\sigma\upsilon\nu\varphi/7$.

Δ2. Η σφαίρα κινείται σε μέρος κύκλου οπότε υπάρχει κεντρομόλος δύναμη.
Είναι $\Sigma F = F_K \Rightarrow N - B_y = m a_k \Rightarrow N - mg\eta\mu\varphi = mu^2/(R-r)$

$\Rightarrow N = mg\eta\mu\varphi + mu^2/(R-r)$ (3)

Για να οδηγηθεί ο υποψήφιος στο αποτέλεσμα θα πρέπει να υπολογίσει την ταχύτητα στη θέση που ζητείται. Εφαρμόζοντας Θ.Ε.Ε. προκύπτει:

$\Delta K_{\pi\varepsilon\rho} + \Delta K_{\mu\varepsilon\tau} = W_B - W_T + W_{TTs} \Rightarrow \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mu_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{u_{cm}^2}{r^2} = mgh$

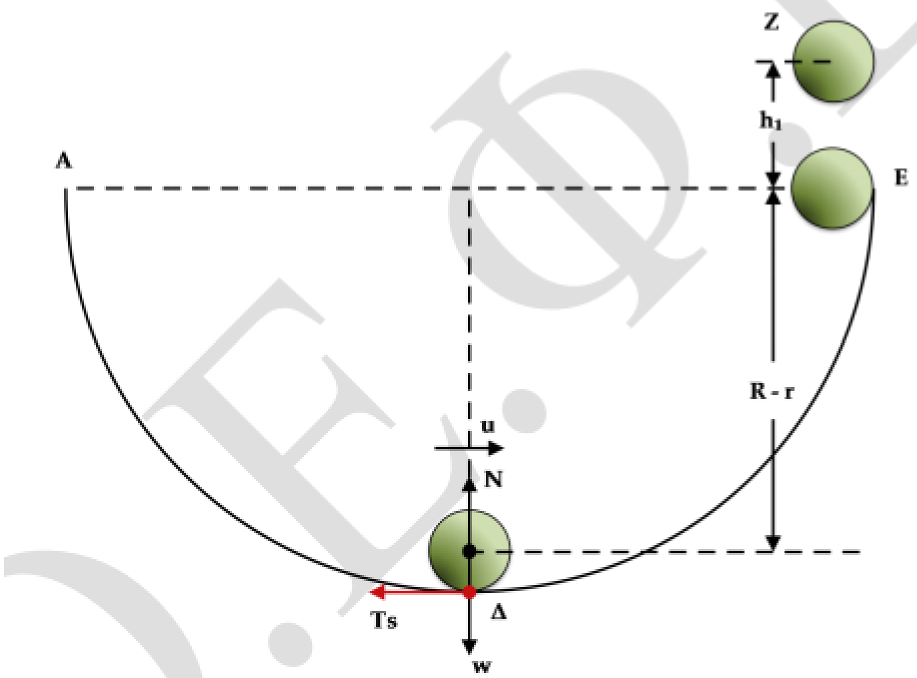
$\Rightarrow$ αριθμητικές πράξεις

$\Rightarrow u^2_{cm} = 5gR/7$

Ο υποψήφιος πρέπει να επικαλεστεί ότι αφού η κίνηση της σφαίρας είναι χωρίς ολίσθηση ισχύει $u_{cm} = \omega\, r$. Επίσης, $W_T = W_{TTs}$ και $h = R\eta\mu\varphi$.

Βάσει των παραπάνω, (3) $\Rightarrow$ N =17 N.

Δ3.



(Πηγή: ΟΕΦΕ)

Η κίνηση της σφαίρας χωρίζεται σε δυο μέρη. Στο πρώτο μέρος, από το σημείο Δ έως το σημείο Ε, παρουσιάζει μεταφορική και περιστροφική κίνηση (σύνθετη κίνηση), ενώ μετά το Ε, όταν σταματήσει θα έχει μόνο περιστροφική.

Καθώς $W_T = W_{TTs}$, θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες λόγω τριβών. Οπότε εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ από το Δ έως το Ε υπολογίζουμε την ταχύτητα που έχει στο Ε.

$$E\mu(\Delta) = E\mu(E) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mu_{cm\Delta}^2 + \frac{1}{2}I\omega_\Delta^2 = \frac{1}{2}mu_{cmE}^2 + \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mg(R-r) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mu_{cm\Delta}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{u_{cm\Delta}{}^2}{r^2} = \frac{1}{2}mu_{cmE}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{u_{cmE}{}^2}{r^2} + mg(R-r) \Rightarrow$$

αριθμητικές πράξεις ⇨

$$u_{cmE} = 4m/s$$

Ο υποψήφιος πρέπει να επικαλεστεί ότι θεωρεί ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που ορίζει το κέντρο μάζας της σφαίρας.

Εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ από το Ε έως το Ζ προκύπτει το ζητούμενο ύψος ως εξής:

$$E\mu(E) = E\mu(Z) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mu_{cmE}^2 + \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mg(R-r) = \frac{1}{2}I\omega_Z^2 + mg(h_1 + R-r) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mu_{cmE}^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{u_{cmE}{}^2}{r^2} + mg(R-r) = \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mgh_1 + mg(R-r) \Rightarrow$$

αριθμητικές πράξεις ⇨

$$h_1 = 0.8m$$

Ο υποψήφιος πρέπει να επικαλεστεί ότι $\omega_E = \omega_Z$ αφού από Ε έως Ζ δεν υπάρχουν ροπές ως προς τον άξονα περιστροφής της σφαίρας.

Δ4. Η σφαίρα χάνει την επαφή στο σημείο Ε.

Είναι $\frac{dK}{dt} = \frac{dK\mu\varepsilon\tau}{dt} + \frac{dK\pi\varepsilon\rho}{dt} = -B\,u_{cm} + \Sigma\tau\,\omega = -\,mgu_E = -56$ J/s

και $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = 0$