



Διαγωνίσματα προσομοίωσης

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας

Ημερήσιο Γενικό Λύκειο
Γ' Τάξη

Κωνσταντίνος Παπασταματίου



Ο Κωνσταντίνος Παπασταματίου

Γεννήθηκε το 1980 στο Βόλο. Το 1998 εισήχθη στη Σχολή Θετικών Επιστημών, στο τμήμα των Μαθηματικών του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου, απ' όπου έλαβε το πτυχίο του το 2002. Από το 2002 ασχολήθηκε με ιδιαίτερα μαθήματα, ενώ από το 2010 διευθύνει το «Φροντιστήριο Μ.Ε. ΑΙΧΜΗ», στο Βόλο (Κ. Καρτάλη 28 - Δημητριάδος, τηλ. 24213 - 02598)

Κωνσταντίνος Παπασταματίου

Διαγωνίσματα προσομοίωσης

Μαθηματικά Γενικής Παιδείας

Ημερήσιο Γενικό Λύκειο

Γ' Τάξη

schooltime.gr, Εκπαιδευτική σειρά «Διαγωνίσματα προσομοίωσης»:
Μαθηματικά Γενικής Παιδείας, Ημερήσιο ΓΕΛ, Γ' τάξη

Επιμέλεια: Κωνσταντίνος Παπασταματίου

Μάιος 2014

© schooltime.gr

© Κωνσταντίνος Παπασταματίου

Εκδοτική επιμέλεια

Γιώργος Β. Σκάθαρος

Εκδόσεις schooltime.gr

Εκπαίδευση & πολιτισμός

Τηλ.: 6977554086

e-mail: info@schooltime.gr

website: www.schooltime.gr

Το ψηφιακό βιβλίο διανέμεται δωρεάν αποκλειστικά από τον δικτυακό τόπο
schooltime.gr

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή του έργου -ολική, μερική ή Περιληπτική- με
οποιοδήποτε τρόπο, μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό, ή άλλο, χωρίς τη
γραφπή άδεια του εκδότη και τη σύμφωνη γνώμη του συγγραφέα

Σε συνεργασία με έγκριτους εκπαιδευτικούς, το schooltime.gr παρουσιάζει μια νέα εκπαιδευτική σειρά με τίτλο «Διαγωνίσματα προσομοίωσης».

Θέμα Α

A1. Έστω A, B δύο μη κενά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να δείξετε ότι $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$

Μονάδες 8

A2. Αν f, g δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο A , να δείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \text{ για κάθε } x \in A$$

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας με **Σωστό** ή **Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις:

1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 του πεδίου ορισμού της αν υπάρχει το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ και είναι πραγματικός αριθμός.
2. Η διάμεσος δ ενός διατεταγμένου δείγματος μεγέθους n είναι το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.
3. Για δύο μη κενά ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει πάντοτε η ισοδυναμία $A = B \Leftrightarrow P(A) = P(B)$
4. Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
5. Αν για δύο ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι $A \subseteq B$ τότε $A \cup B = B$ και $A \cap B = A$

Μονάδες 10**Θέμα Β**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4 \cdot s \cdot x^2 - 2\bar{x} \cdot x + 13$, $x \in \mathbb{R}$, όπου \bar{x} και s η μέση τιμή και η τοπική απόκλιση ενός δείγματος μεγέθους n . Αν η εφαπτόμενη της καμπύλης της f στο σημείο $A(1, f(1))$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 2013$, τότε:

B1. Να δείξετε ότι το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Μονάδες 6

B2. Να δείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο

Μονάδες 5

B3. Αν η f έχει ελάχιστη τιμή ίση με 1 τότε:

α) Να βρείτε την μέση τιμή και την τοπική απόκλιση του δείγματος

Μονάδες 4

β) Ποίο είναι το ελάχιστο ποσό κατά το οποίο πρέπει να αυξηθεί η μέση τιμή ώστε το δείγμα να παρουσιάζει ομοιογένεια;

Μονάδες 6

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $A(1, f(1))$

Μονάδες 4

Θέμα Γ

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = 4(x-1)(x^2 - 5x + 6)$, $g(x) = x^2 + (\kappa^2 - 5\kappa)x + 13$

και $h(x) = \begin{cases} \frac{x^4 - 5x^3 + 6x^2}{x^3 + 2x}, & x \neq 0 \\ \lambda^2 - 3\lambda + 2, & x = 0 \end{cases}$ όπου κ, λ πραγματικοί αριθμοί.

Ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι

$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$. Έστω $\omega_1 = x_1$, $\omega_2 = x_2$, $\omega_3 = x_3$, $\omega_4 = 4x_1$, $\omega_5 = 4x_2$,

$\omega_6 = 4x_3$ όπου x_1, x_2, x_3 είναι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ με $x_1 < x_2 < x_3$. Αν

για τις πιθανότητες των ενδεχομένων ισχύει:

$$P(\omega_6) = P(\omega_5) = P(\omega_4) = 3P(\omega_3) = 3P(\omega_2) = 3P(\omega_1)$$

Γ1. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων.

Μονάδες 8

Γ2. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου B όπου

$$B = \{\lambda \in \Omega / \eta \text{ h είναι συνεχής στο } x_0 = 0\}$$

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου Γ όπου

$$\Gamma = \{\kappa \in \Omega / \eta \text{ g παρουσιάζει ακρότατο στο } x_0 = 3\}$$

Μονάδες 5

Γ4. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $B \cap \Gamma$ και $B \cup \Gamma$

Μονάδες 7

Θέμα Δ

Έστω $\Omega = \{1, 2, 3, \kappa, \lambda\}$ ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης, όπου

$\kappa = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + x^2 - 9x - 9}{x^2 - 9}$ και λ η μέγιστη μέση τιμή των αριθμών $-3x^2 + 18x$, $-9x + 6$, $3x - 3$ όταν το x διατρέχει το \square .

Δ1. Να δείξετε ότι $\kappa = 4$ και $\lambda = 5$.

Μονάδες 9

Δ2. Αν $P(1) = P(2) = P(3) = \frac{P(\kappa)}{4} = \frac{P(\lambda)}{3}$ να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω .

Μονάδες 8

Δ3. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου

$$A = \{\mu \in \Omega / x^2 + \mu \cdot x + 4 \neq 0, \text{ για κάθε } x \in \square\}$$

Μονάδες 8

Διάρκεια Τρεις (3) Ώρες Καλή Επιτυχία

Εκδόσεις schooltime.gr

Εκπαίδευση & Πολιτισμός

Τηλ.: 6977554086

e-mail: info@schooltime.gr

website: www.schooltime.gr

